

КОНВЕКЦИЯ В ОКРЕСТНОСТИ ЛИНЕЙНЫХ ПРОТЯЖЁННЫХ ИСТОЧНИКОВ. ЧИСЛЕННЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА

Носов Е.В.

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН, г. Томск, Россия

e-mail: nev@iao.ru

Исследованы конвективные движения воздуха в окрестности линейных протяжённых тепловых источников различных конфигураций. Исследования выполнены путём численного решения уравнений Навье-Стокса. Рассмотренные ситуации могут наблюдаться в специализированных помещениях оптических систем при нагреве воздуха пучками оптического излучения различной интенсивности. Конвекция, возникающая из-за нагрева воздуха излучением, а также появляющиеся поля турбулентности оказывают существенное влияние на работу регистрирующих устройств. Учёт возникающих конвективных и турбулентных явлений необходим для прогноза правильной работы таких устройств.

Оптическое излучение, распространяющееся в атмосфере, частично поглощается воздушной средой, что приводит к её нагреву, а сам пучок оптического излучения выступает в роли линейного протяжённого теплового источника. Возникающие при этом конвективные явления вносят свой вклад в атмосферную турбулентность. В помещениях оптических систем такая конвективная турбулентность имеет свои особенности, связанные с пространственной ограниченностью и присутствием других тепловых источников.

Исследование структуры движений нагретой излучением воздушной среды на оптических трассах необходимо для оценки характеристик распространяющегося излучения, для учёта воздействия тепловых следов оптических пучков на располагающиеся в их окрестности регистрирующие устройства, а также для учёта теплового взаимодействия пучков.

Предметом исследования настоящей работы являются конвективные явления в окрестности линейных протяжённых тепловых источников в совокупности с внешним ветровым воздействием. Под конвекцией здесь понимаются движения температурно-неоднородной жидкости в поле силы тяжести.

Движение жидкости обычно характеризуется векторным полем скорости $\mathbf{v}$ и скалярными полями давления p , плотности ρ и температуры T . Для описания течения вязкой несжимаемой жидкости используется система уравнений Навье–Стокса [1]:

$$\begin{aligned}\partial \mathbf{v} / \partial t + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} &= -\rho^{-1} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{v} + \mathbf{f}; \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0.\end{aligned}\tag{1}$$

Для описания свободной тепловой конвекции применяется приближение Буссинеска [1] в гидродинамике с системой уравнений, в которую входят (1) и уравнение теплопроводности:

$$\begin{aligned}\partial \mathbf{v} / \partial t + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} &= -\rho_0^{-1} \nabla p_1 + \nu \Delta \mathbf{v} + g \beta T_1 \mathbf{e}_1; \\ \partial T_1 / \partial t + (\mathbf{v} \cdot \nabla) T_1 &= \chi \Delta T_1; \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0,\end{aligned}\tag{2}$$

где коэффициенты: ν – кинематической вязкости, β – теплового расширения, χ – температуропроводности; g – величина ускорения свободного падения, $\mathbf{f}$ – ускорения внешних сил, $\mathbf{e}_1$ – орт вертикальной оси координат. При этом, в системе (2) вместо T и p используются T_1 и p_1 – отклонения от равновесных T_0 и p_0 , такие что $T = T_0 + T_1$, $p = p_0 + p_1$, $\rho_0 = \rho(p_0, T_0)$.

Для оптического излучения с начальным распределением поля [2–4]:

$$E(x=0, \mathbf{r}) = E_0 \exp\left(-\frac{r^2}{2a^2} - \frac{ik}{2F} r^2\right),\tag{3}$$

где $\mathbf{r} = \{y, z\}$ – вектор точки наблюдения в плоскости, ортогональной оси Ox ; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; λ – длина волны; a – эффективный радиус передающей апертуры; F – радиус кривизны фазового фронта в центре апертуры ($r = 0$), распределение средней интенсивности можно описать следующими уравнениями [2, 4]:

$$\langle I(x, \mathbf{r}) \rangle = I_0 \left[\frac{a}{a_s} \right]^2 \exp\left(-\frac{r^2}{a_s^2}\right),\tag{4}$$

$$a_s^2 = a^2 \left[\left(1 - \frac{L}{F}\right)^2 + \Omega^{-2} \left(1 + \frac{a^2}{\rho_k^2} - \frac{4}{3} \frac{a^2}{\rho_0^2}\right) \right],\tag{5}$$

где $I_0 = |E_0|^2$, a_s – средний эффективный радиус пучка в турбулентной среде – масштаб, на котором интенсивность падает в e раз; $\Omega = ka^2/L$ – число Френеля передающей апертуры; $L = x - x_0$ – длина трассы; ρ_k – радиус пространственной когерентности поля на поверхности апертуры; ρ_0 – радиус когерентности поля плоской волны в турбулентной среде.

Для пучка с гауссовым распределением интенсивности I изменение температуры воздуха из-за поглощения излучения со временем t можно описать следующим уравнением [5]:

$$T(x, \mathbf{r}, t) = \frac{\alpha}{\rho C_p} \int_0^t dt' I(x, \mathbf{r}) e^{-\alpha x},\tag{6}$$

где α – коэффициент поглощения воздуха, C_p – удельная теплоёмкость воздуха.

Уравнение (6) используется при описании теплового самовоздействия излучения в атмосфере. Это хорошо изученное явление [5–7] приводит к перераспределению интенсивности в пучке, изменению оптических параметров среды распространения и множеству связанных с этим оптических эффектов, при этом в итоге поглощённая энергия переходит в окружающую среду, в т.ч. через конвекцию. В настоящей работе уравнение (6) использовано для задания температуры воздуха в пучке с распределением интенсивности (4).

Из (6) следует, что для средних значений $\alpha = 10^{-4} \text{ м}^{-1}$, $\rho = 1 \text{ кг/м}^3$, $C_p = 10^3 \text{ Дж град}^{-1} \text{ кг}^{-1}$ для увеличения температуры воздуха в пучке на 1 град требуется интенсивность $I \sim 10^7 \text{ Вт/м}^2$ в

течение 1 сек. Такая интенсивность соответствует мощности $P = I \cdot S \sim 78$ кВт для гауссова пучка радиусом $a = 0,05$ м (площадью сечения S). В то же время, известно [8], что $\alpha = 2,888 \cdot 10^{-4} \text{ м}^{-1}$ летом для $\lambda = 10,6$ мкм на высоте 0 км, тогда $I \approx 3,4 \cdot 10^6 \text{ Вт/м}^2$ и $P \approx 27$ кВт.

Для проведения численного эксперимента сформулирована смешанная краевая задача Дирихле–Неймана со следующими обозначениями: "внутренний объём" – внутри помещения размерами (ш×в×г): $15 \times 5 \times 5$ м (рис. 1), "внешний объём" – вне помещения, примыкающий с восточной стороны. Единственная открытая восточная грань внутреннего объёма выходит во внешний объём. Для внутреннего объёма заданы начальные и граничные условия Дирихле: $T_0 = 0$ на поверхностях и в объёме; $p_0 = 0$; $\mathbf{v}(u, v, w) = 0$ на поверхностях; $\mathbf{v}_0 = 0$ в объёме. Для внешнего объёма заданы на северной грани: северный ветер – условие Дирихле $w = 1$ м/с и условие Неймана $\partial p / \partial \mathbf{n} = 0$, и соответственно, на противоположной южной грани: $p = 0$ и $\partial w / \partial \mathbf{n} = 0$; на нижней: $\mathbf{v} = 0$; на верхней: $\partial \mathbf{v} / \partial \mathbf{n} = 0$ и $\partial p / \partial \mathbf{n} = 0$, где $\mathbf{n}$ – вектор нормали к поверхности; в объёме $w_0 = 1$. Турбулентность внешней среды отсутствует для выделения вклада возмущений, вызванных конвекцией и ветровым воздействием.

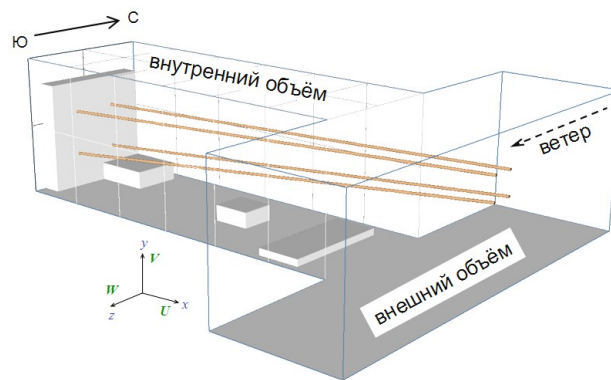


Рисунок 1 — Схема краевой задачи

В качестве источников тепла в задаче выступают 4 коллимированных гауссовых пучка (ГП) с распределением интенсивности (4), $a = 0,05$ м, $T(x, y, z)|_{(0,0,0)} = 10$ град. Наклонные оптические трассы ГП (рис. 1) сводятся в одну точку, расположенную за пределами модели. Режим генерации ГП – непрерывный в течение 5 сек с последующим выходом нагретого воздуха из объёма. Для численного решения системы уравнений (2) с температурой, задаваемой согласно уравнениям (6) и (4), использовано программное обеспечение [9]. На рис. 2 представлено полученное в результате решения краевой задачи распределение температуры в момент времени $t = 4,95$ с. Для каждого пучка температура нагреваемого им воздуха в задаче трассируется индивидуально, что позволяет отслеживать как воздействие теплового следа выбранного пучка на находящееся в окрестности оборудование, так и взаимное влияние пучков друг на друга, например – присутствие температурного следа одного пучка на оптической

трассе другого из-за конвекции и внешнего ветра.

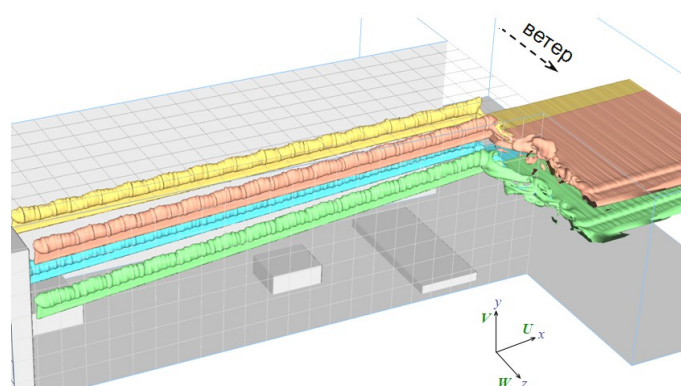


Рисунок 2 — Изотермические поверхности по уровню $T = 0,1$ град в $t = 4,95$ с. Температурный след каждого пучка изображён своим цветом

В настоящей работе в численных экспериментах применяется подход прямого численного моделирования, в рамках которого движения воздушных масс рассчитываются прямым решением трёхмерных нестационарных уравнений (2). Такой подход требует значительно больше вычислительных ресурсов и времени, чем в других подходах, но при этом считается самым обоснованным и точным.

Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики (проект «Физика высоких плотностей энергии. Этап 2023-2025») в части численного исследования нестационарного движения воздуха на основе решения уравнений Навье–Стокса. Разработка методологии анализа и расчётов с использованием инфраструктуры ИОА СО РАН выполнена в рамках госзадания ИОА СО РАН.

1. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Т. 1. СПб.: Гидрометеиздат, 1992. 696 с.
2. Миронов В.Л. Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере. Н.: Наука, 1981. 246 с.
3. Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
4. Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В. Атмосферная оптика. Т 5. Оптика турбулентной атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1988. 271 с.
5. Воробьев В.В. Тепловое самовоздействие лазерного излучения в атмосфере. М.: Наука, 1987. 200 с.
6. Коняев П.А. Численное исследование тепловых искажений когерентных лазерных пучков в атмосфере: Дис. канд. физ.-мат. наук. Томск, 1984. 169 с.
7. Лукин В.П. Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 248 с.
8. Зуев В.Е., Креков Г.М. Оптические модели атмосферы. Л.: Гидрометеиздат. 1986. 256 с.
9. Popinet S. Gerris: A tree-based adaptive solver for the incompressible Euler equations in complex geometries // J. Comput. Phys. 2003. V. 190. N 2. P. 572–600.