ОСОБЕННОСТИ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ НЕКОЛМОГОРОВСКИХ МОДЕЛЕЙ СПЕКТРА ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Лукин В.П.

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН, Томск, Россия

lukin@iao.ru

Решена задача получения аналитических выражений для расчетов флуктуаций параметров оптических волн при их распространении в турбулентной среде с неколмогоровским спектром турбулентности. Было показано, что при одной и той же форме спектров турбулентности различные неколмогоровские модели будут по разному зависеть от внутреннего и внешнего масштабов турбулентности. В предположении, что интегральная энергия турбулентности не зависит от вида спектра турбулентности, получены соотношения для взаимного пересчета структурных параметров показателя преломления среды для различных типов турбулентности. Полученные в работе результаты позволяют пересчитывать параметры оптических волн при распространении в турбулентной среде с одним законом изменения спектра для сред с другим законом поведения спектра турбулентности. Получены ограничения на использование конечных значений внутреннего и внешнего масштабов турбулентности.

Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики (проект «Физика высоких плотностей энергии. Этап 2023-2025».

Для того чтобы грамотно сопоставить результаты измерения уровня турбулентности, получаемые с помощью оптических измерителей, нужна корректная параметризация моделей спектров турбулентности. Так в работах [1-4] были предложены подходы к этому. Для модели энергетического спектра флуктуаций показателя преломления с произвольным степенным наклоном в области инерционного интервала, т.е., когда внутренний масштаба турбулентности стремиться к нулю, а внешний масштаба стремиться к бесконечности, можно записать [4] следующее выражение:

$$\Phi_n(\kappa) = \frac{\Gamma(\alpha-1)\cos(\alpha\pi/2)}{4\pi^2} C_n^2(\alpha)\kappa^{-\alpha}, \qquad (1)$$

где α - параметр модели, $C_n^2(\alpha)$ - структурная постоянная показателя преломления среды, имеет размерность $^{3-\alpha}$ и представляет собой среднюю разность флуктуаций показателя преломления на разносе в 1 метр.

Спектру (1) соответствует структурная функция показателя преломления, которую можно параметризовать, приведя к общему виду как

$$D_n(r) = C_n^2(\alpha) r^{\alpha-3}. \qquad (2)$$

В выражении (1) использована изотропная модель спектра. Далее сопоставим эти выражения для двух наиболее характерных моделей: для колмогоровской, когда α =11/3, и для когерентной, когда α =14/3.

Это впервые было сделано в наших работах [1, 2], а также в работе Чарноцкого М.И. [4]:

для колмогоровской модели из (1) и (3) для α =11/3 имеем

$$\phi_n(\kappa) = \frac{\Gamma(8/3)\cos(11\pi/6)}{4\pi^2} C_n^2(11/3)\kappa^{-11/3}, \quad D_n(r) = C_n^2(11/3) r^{2/3}. \tag{3}$$

для когерентной турбулентности

$$\phi_n(\kappa) = \frac{\Gamma(11/3)\cos(7\pi/3)}{4\pi^2} C_n^2(14/3)\kappa^{-7/3}, \quad D_n(r) = C_n^2(14/3) r^{5/3}. \tag{4}$$

В нашей работе [1] была рассчитана связь между величинами $C_n^2(11/3)$ и $C_n^2(14/3)$. Причем следует отметить, что для этого уже необходимо использовать модель турбулентности, учитывающее конечность внешнего масштаба турбулентности.

Эти особенности спектра когерентной (неколмогоровской) турбулентности ставят по-новому задачу по разработке оптического метода (и соответствующей методики) дистанционного определения наличия в атмосфере когерентной турбулентности. Датчики волнового фронта должны обеспечивать работу в условиях возможного перехода от колмогоровской к неколмогоровской турбулентности атмосферы.

Используя модель (1), можно рассчитать структурную функцию поля (или фазы волны). Для этого можно воспользоваться выражениями, связывающими модель (1) и структурную функцию оптического поля, прошедшего слой турбулентной среды толщиной L:

$$D(R,\alpha) = 8\pi^2 k^2 \int_0^L dz \int_0^\infty d\kappa\,\kappa\,\phi_n(\kappa,\alpha)\left[1 - J_0\left(\kappa R \frac{z}{L}\right)\right]. \tag{5}$$

Выражение (6) записано для исходной сферической волны. Для плоской волны, получаем соответственно

$$D(R,\alpha) = 8\pi^2 k^2 \int_0^L dz \int_0^\infty d\kappa\,\kappa\,\phi_n(\kappa,\alpha)\left[1 - J_0(\kappa R)\right]. \tag{6}$$

Для упрощения анализа далее предположим, что распространение происходит по атмосферной трассе с однородным состоянием по турбулентности. Далее для удобства расчетов интеграла в (5) и (6) воспользуемся моделью спектра турбулентности, учитывающего конечность внутреннего масштаба турбулентности, т.е

$$\phi_n(\kappa,\alpha)=\frac{\Gamma(\alpha-1)\cos(\alpha\pi/2)}{4\pi^2}C_n^2(\alpha)\kappa^{-\alpha}\exp(-\kappa^2/\kappa_m^2). \tag{7}$$

В результате вычислений в (6) получаем

$$D(R,\alpha)=8\pi^2k^2L\int_0^\infty d\kappa\kappa\phi_n(\kappa,\alpha)[1-J_0(\kappa R)]\approx 2^{3-\alpha}\frac{\Gamma(2-\alpha/2)\Gamma(\alpha-1)\cos(\alpha\pi/2)}{\Gamma(\alpha/2)(\alpha-2)}k^2C_n^2(\alpha)LR^{\alpha-2}$$

. (8)

С ее помощью далее рассчитаем радиусы когерентности для различных моделей турбулентности. Для определения радиуса когерентности используем следующее соотношение, которое ранее использовал Д. Фрид, а именно приравняем его с выражением (8):

$$D(R,\alpha)\approx 2^{3-\alpha}\frac{\Gamma(2-\alpha/2)\Gamma(\alpha-1)\cos(\alpha\pi/2)}{\Gamma(\alpha/2)(\alpha-2)}k^2C_n^2(\alpha)LR^{\alpha-2}=6.88(R/r_0)^{\alpha-2}\ . \tag{9}$$

Далее проведем вычисления радиуса когерентности для трех моделей турбулентности: α = 10/3, 11/3, 12/3.

Для колмогоровской модели, когда α = 11/3, имеем

$$r_0(11/3)\ =[\frac{\Gamma(1/6)\Gamma(5/3)\cos(11\pi/6)}{2^{2/3}\cdot 6.88\Gamma(11/3)}k^2C_n^2L]^{-3/5}\approx[0.423k^2C_n^2L]^{-3/5}. \tag{10}$$

Для модели α = 10/3, имеем

$$r_0=[\frac{2^{-1/3}\Gamma(7/3)\Gamma(1/3)\cos(5\pi/3)}{6.88\Gamma(5/3)(4/3)}k^2C_n^2(10/3)L]^{-3/4}\approx[0.25k^2C_n^2(10/3)L]^{-3/4}. \tag{11}$$

Для модели α = 12/3, имеем

$$r_0=[2^{-2}\frac{\Gamma(3)}{6.88\Gamma(2)}k^2C_n^2(12/3)L]^{-1/2}\approx\{0.07k^2C_n^2(12/3)L]^{-1/2}. \tag{12}$$

Следует отметить, что для расчетов структурной функции фазы при α > 4 необходим учет внешнего масштаба турбулентности. Поэтому далее будем проводить расчеты для модели спектра следующего вида:

$$\phi_n(\kappa,\alpha)=\frac{\Gamma(\alpha-1)\cos(\alpha\pi/2)}{4\pi^2}C_n^2(\alpha)\kappa^{-\alpha}[1-\exp-(\kappa^{-2}/\kappa_0^{-2})]\exp(-\kappa^2/\kappa_m^2), \tag{13}$$

где κ_0,κ_m - волновые числа, соответствующие внешнему и внутреннему масштабам турбулентности.

В результате получаем для (6), при условии, что $\kappa_0R<1$ и для значений α >4, следующее выражение:

$$D(R,\alpha)\approx\frac{\Gamma(\alpha-1)\cos(\alpha\pi/2)}{2(\alpha-4)}k^2C_n^2(\alpha)\kappa_0^{4-\alpha}LR^2\ . \tag{14}$$

Теперь, используя выражения (14), можно рассчитать радиусы когерентности для оптического поля при любой модели спектра [6-10]. В конечном итоге получаем выражения для расчета радиусов когерентности при различных моделях спектров, выраженных через структурный параметр показателя преломления $c_n^2(11/3)$, соответствующий колмогоровской модели:

$$r_0(10/3) \approx [1.33C^2(10/3)k^2L]^{-3/4} = (0.66k^2Lc_n^2(11/3))^{-3/4}\kappa_0^{1/4}, \quad (15)$$

$$r_0(11/3) \approx [2.91C_n^2(11/3)k^2L]^{-3/5}, \quad (16)$$

$$r_0(14/3) \approx [0.75C_n^2(11/3)k^2L]^{-1/2}\kappa_0^{1/3}. \quad (17)$$

Согласно формул (15), (17) радиусы когерентности для неколмогоровских моделей спектра турбулентности зависят от величины внешнего масштаба турбулентности.

В результате выполненных расчетов оказалось, что при одной и той же форме спектров турбулентности (вида (1)) различные неколмогоровские модели будут по разному зависеть от внутреннего и внешнего масштабов турбулентности. На основе расчетов получены формулы для радиусов когерентности поля оптической волны (по определению [5]) при ее распространении в турбулентной средах с неколмогоровскими моделями спектра.

1. *Лукин В.П., Носов В.В., Носов Е.В., Торгаев А.В.* О влиянии масштабов атмосферной турбулентности // Успехи современного естествознания. 2015. №1. Часть 7. 1179-1183.

2. *Lukin V.P., Bol'basova L.A., Nosov V.V.* Comparison of Kolmogorov's and coherent turbulence. Appl. Opt. 2014. **53.** B231–B236.

3. *Lukin V.P., Nosov E.V., Nosov V.V., Torgaev A.V.* Causes of non-Kolmogorov turbulence in the atmosphere // Appl. Opt. 2016. **55.** B163–B168.

4. *Charnotskii M.I.* Wave propagation in random media with spectral exponent outside the (3, 4) range // Workshop on Non-Kolmogorov Turbulence. Fraunhofer IOSB, Ettlingen, 2019

5. *Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С.* Лазерное излучение в турбулентной атмосфере / М.: Наука. 1976. 277 с.

6. *Zilberman A., Golbraikh E., and Kopeika N.S.* Lidar studies of aerosol and non Kolmogorov turbulence in the mediterranean troposphere //Proc. SPIE. 2005. 5987.

7. *Toselli I., Andrews L.C., and Phillips R.L.* Free space optical system performance for laser beam propagation through non Kolmogorov turbulence // Proc. SPIE. 2007. 6457.

8. *Cui L., Xue B., Zhou F.* Generalized anisotropic turbulence spectra and application in the optical waves propagation through anisotropic turbulence // Opt. Express. 2015. 23. 30088–30103.

9. *Korotkova O., Toselli I.* Non-Classic Atmospheric Optical Turbulence: Review // Appl. Sci. 2021. **11.** 8487.

10. *Коняев П.А., Лукин В.П., Носов Е.В., Носов В.В., Соин Е.Л., Торгаев А.В.* Сравнительные измерения параметров атмосферной турбулентности оптическими методами // Оптика атмосферы и океана. 2021. 34. №11. 906-915.