ОСОБЕННОСТИ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ НЕКОЛМОГОРОВСКИХ МОДЕЛЕЙ СПЕКТРА ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Лукин В.П.

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН, Томск, Россия

<u>lukin@iao.ru</u>

Решена задача получения аналитических выражений для расчетов флуктуаций параметров оптических волн при их распространении в турбулентной среде с неколмогоровским спектром турбулентности. Было показано, что при одной и той же форме спектров турбулентности различные неколмогоровские модели будут по разному зависеть от внутреннего и внешнего масштабов турбулентности. В предположении, что интегральная энергия турбулентности не зависит от вида спектра турбулентности, получены соотношения для взаимного пересчета структурных параметров показателя преломления среды для различных типов турбулентности. Полученные в работе результаты позволяют пересчитывать параметры оптических волн при распространении в турбулентности. Получены ограничения на использование конечных значений внутреннего и внешнего масштабов турбулентности.

Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики (проект «Физика высоких плотностей энергии. Этап 2023-2025».

Для того чтобы грамотно сопоставить результаты измерения уровня турбулентности, получаемые с помощью оптических измерителей, нужна корректная параметризация моделей спектров турбулентности. Так в работах [1-4] были предложены подходы к этому. Для модели энергетического спектра флуктуаций показателя преломления с произвольным степенным наклоном в области инерционного интервала, т.е., когда внутренний масштаба турбулентности стремиться к нулю, а внешний масштаба стремиться к бесконечности, можно записать [4] следующее выражение:

$$_{n}(\kappa) = \frac{(\alpha - 1) o(\alpha \pi / 2)}{4\pi^{2}} C_{n}^{2}(\alpha) \kappa^{-\alpha}, \qquad (1)$$

где α - параметр модели, $C_n^2(\alpha)$ - структурная постоянная показателя преломления среды, имеет размерность ^{3- α} и представляет собой среднюю разность флуктуаций показателя преломления на разносе в 1 метр.

Спектру (1) соответствует структурная функция показателя преломления, которую можно параметризовать, приведя к общему виду как

$$D_n(r) = C_n^2(\alpha) r^{\alpha-3}.$$
 (2)

В выражении (1) использована изотропная модель спектра. Далее сопоставим эти выражения для двух наиболее характерных моделей: для колмогоровской, когда α =11/3, и для когерентной, когда α =14/3.

Это впервые было сделано в наших работах [1, 2], а также в работе Чарноцкого М.И. [4]: для колмогоровской модели из (1) и (3) для *С* =11/3 имеем

$${}_{n}(\kappa) = \frac{(8/3) \quad o(11\pi/6)}{4\pi^{2}} C_{n}^{2} (11/3) \kappa^{-11/3}, \quad D_{n}(r) = C_{n}^{2} (11/3) r^{2/3}.$$
(3)

для когерентной турбулентности

$${}_{n}(\kappa) = \frac{(11/3) \ o(7\pi/3)}{4\pi^{2}} C_{n}^{2} (14/3) \kappa^{-7/3} , \quad D_{n}(r) = C_{n}^{2} (14/3) r^{5/3} . \tag{4}$$

В нашей работе [1] была рассчитана связь между величинами $C_n^2(11/3)$ ^И $C_n^2(14/3)$. Причем следует отметить, что для этого уже необходимо использовать модель турбулентности, учитывающее конечность внешнего масштаба турбулентности.

Эти особенности спектра когерентной (неколмогоровской) турбулентности ставят поновому задачу по разработке оптического метода (и соответствующей методики) дистанционного определения наличия в атмосфере когерентной турбулентности. Датчики волнового фронта должны обеспечивать работу в условиях возможного перехода от колмогоровской к неколмогоровской турбулентности атмосферы.

Используя модель (1), можно рассчитать структурную функцию поля (или фазы волны). Для этого можно воспользоваться выражениями, связывающими модель (1) и структурную функцию оптического поля, прошедшего слой турбулентной среды толщиной L:

$$D(R, \alpha) = 8\pi^2 k^2 \int_0^L dz \int_0^\infty d\kappa \kappa \, _n(\kappa, \alpha) [1 - J_0(\kappa R \frac{z}{L})].$$
(5)

Выражение (6) записано для исходной сферической волны. Для плоской волны, получаем соответственно

$$D(R, \alpha) = 8\pi^2 k^2 \int_0^L dz \int_0^\infty d\kappa \kappa_n(\kappa, \alpha) [1 - J_0(\kappa R)].$$
(6)

Для упрощения анализа далее предположим, что распространение происходит по атмосферной трассе с однородным состоянием по турбулентности. Далее для удобства расчетов интеграла в (5) и (6) воспользуемся моделью спектра турбулентности, учитывающего конечность внутреннего масштаба турбулентности, т.е

$${}_{n}(\kappa,\alpha) = \frac{(\alpha-1) \ o(\alpha\pi/2)}{4\pi^{2}} C_{n}^{2}(\alpha) \kappa^{-\alpha} \exp(-\kappa^{2}/\kappa_{m}^{2}).$$
(7)

В результате вычислений в (6) получаем

$$D(R, \alpha) = 8\pi^{2}k^{2}L\int_{0}^{\infty} d\kappa \kappa_{n}(\kappa, \alpha)[1 - J_{0}(\kappa R)] \approx 2^{3-\alpha} \frac{(2 - \alpha/2)(\alpha - 1)\cos(\alpha \pi/2)}{(\alpha/2)(\alpha - 2)}k^{2}C_{n}^{2}(\alpha)LR^{\alpha - 2}$$
(8)

С ее помощью далее рассчитаем радиусы когерентности для различных моделей турбулентности. Для определения радиуса когерентности используем следующее соотношение, которое ранее использовал Д. Фрид, а именно приравняем его с выражением (8):

$$D(R,\alpha) \approx 2^{3-\alpha} \frac{(2-\alpha/2) (\alpha-1)\cos(\alpha\pi/2)}{(\alpha/2)(\alpha-2)} k^2 C_n^2(\alpha) L R^{\alpha-2} = 6.88 (R/r_0)^{\alpha-2} .$$
(9)

Далее проведем вычисления радиуса когерентности для трех моделей турбулентности: $\alpha = 10/3, 11/3, 12/3.$

Для колмогоровской модели, когда $\alpha = 11/3$, имеем

$$r_{0}(11/3) = \left[\frac{(1/6) (5/3)\cos(11\pi/6)}{2^{2/3} \cdot 6.88 (11/3)} k^{2}C_{n}^{2}L\right]^{-3/5} \approx \left[0.423k^{2}C_{n}^{2}L\right]^{-3/5}.$$
 (10)

Для модели α = 10/3, имеем

$$r_{0} = \left[\frac{2^{-1/3} (7/3) (1/3)\cos(5\pi/3)}{6.88 (5/3)(4/3)}k^{2}C_{n}^{2}(10/3)L\right]^{-3/4} \approx \left[0.25k^{2}C_{n}^{2}(10/3)L\right]^{-3/4}.$$
 (11)

Для модели $\alpha = 12/3$, имеем

$$r_{0} = \left[2^{-2} \frac{(3)}{6.88} k^{2} C_{n}^{2} (12/3) L\right]^{-1/2} \approx \left\{0.07 k^{2} C_{n}^{2} (12/3) L\right]^{-1/2}.$$
(12)

Следует отметить, что для расчетов структурной функции фазы при α > 4 необходим учет внешнего масштаба турбулентности. Поэтому далее будем проводить расчеты для модели спектра следующего вида:

$${}_{n}(\kappa,\alpha) = \frac{(\alpha-1) \ o(\alpha\pi/2)}{4\pi^{2}} C_{n}^{2}(\alpha) \kappa^{-\alpha} [1 - \exp(\kappa^{2}/\kappa_{0}^{2})] \exp(-\kappa^{2}/\kappa_{m}^{2}), \qquad (13)$$

где κ_0 , κ_m - волновые числа, соответствующие внешнему и внутреннему масштабам турбулентности.

В результате получаем для (6), при условии, что $\kappa_0 R < 1$ и для значений $\alpha >$ 4, следующее выражение:

$$D(R,\alpha) \approx \frac{(\alpha-1)\cos(\alpha\pi/2)}{2(\alpha-4)} k^2 C_n^2(\alpha) \kappa_0^{4-\alpha} LR^2 \quad . \tag{14}$$

Теперь, используя выражения (14), можно рассчитать радиусы когерентности для оптического поля при любой модели спектра [6-10]. В конечном итоге получаем выражения для расчета радиусов когерентности при различных моделях спектров, выраженных через структурный параметр показателя преломления $\frac{2}{n}(11/3)$, соответствующий колмогоровской модели:

$$r_0(10/3) \approx [1.33C^2(10/3)k^2L]^{-3/4} = (0.66k^2L_n^2(11/3))^{-3/4}\kappa_0^{1/4}, \tag{15}$$

$$r_0(11/3) \approx [2.91C_n^2(11/3)k^2L]^{-3/5},$$
 (16)

$$r_0(14/3) \approx [0.75C_n^2(11/3)k^2L]^{-1/2}\kappa_0^{1/3}.$$
 (17)

Согласно формул (15), (17) радиусы когерентности для неколмогоровских моделей спектра турбулентности зависят от величины внешнего масштаба турбулентности.

В результате выполненных расчетов оказалось, что при одной и той же форме спектров турбулентности (вида (1)) различные неколмогоровские модели будут по разному зависеть от внутреннего и внешнего масштабов турбулентности. На основе расчетов получены формулы для радиусов когерентности поля оптической волны (по определению [5]) при ее распространении в турбулентной средах с неколмогоровскими моделями спектра.

1. Лукин В.П., Носов В.В., Носов Е.В., Торгаев А.В. О влиянии масштабов атмосферной турбулентности // Успехи современного естествознания. 2015. №1. Часть 7. 1179-1183.

2. *Lukin V.P., Bol'basova L.A., Nosov V.V.* Comparison of Kolmogorov's and coherent turbulence. Appl. Opt. 2014. **53.** B231–B236.

3. *Lukin V.P.*, *Nosov E.V.*, *Nosov V.V.*, *Torgaev A.V*. Causes of non-Kolmogorov turbulence in the atmosphere // Appl. Opt. 2016. **55.** B163–B168.

4. *Charnotskii M.I.* Wave propagation in random media with spectral exponent outside the (3, 4) range // Workshop on Non-Kolmogorov Turbulence. Fraunhofer IOSB, Ettlingen, 2019

5. *Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С.* Лазерное излучение в турбулентной атмосфере / М.: Наука. 1976. 277 с.

6. *Zilberman A., Golbraikh E., and Kopeika N.S.* Lidar studies of aerosol and non Kolmogorov turbulence in the mediterranean troposphere //Proc. SPIE. 2005. 5987.

7. *Toselli I., Andrews L.C., and Phillips R.L.* Free space optical system performance for laser beam propagation through non Kolmogorov turbulence // Proc. SPIE. 2007. 6457.

8. *Cui L., Xue B., Zhou F.* Generalized anisotropic turbulence spectra and application in the optical waves propagation through anisotropic turbulence // Opt. Express. 2015. 23. 30088–30103.

9. Korotkova O., Toselli I. Non-Classic Atmospheric Optical Turbulence: Review // Appl. Sci. 2021. 11. 8487.

10. *Коняев П.А., Лукин В.П., Носов Е.В., Носов В.В., Соин Е.Л., Торгаев А.В.* Сравнительные измерения параметров атмосферной турбулентности оптическими методами // Оптика атмосферы и океана. 2021. 34. №11. 906-915.