УДК 530.182+535.15

Устойчивость самоканалирования лазерных импульсов в керровско-нелинейной турбулентной среде

А.А. Землянов, О.Д. Землянова

Институт оптики атмосферы СО РАН
634055, Томск, Россия, пл. Академика Зуева, 1, zaa@iao.ru, zod@iao.ru

Теоретически исследован эффект самоканалирования лазерных импульсов в керровско-нелинейной турбулентной среде. Показано, что существуют условия устойчивого нелинейного распространения лазерного излучения в турбулентной среде. Рассмотрены режимы слабых и сильных фазовых флуктуаций световой волны. Для описания лазерного пучка использована модель дифракционно-лучевой трубки в условиях флуктуаций диэлектрической проницаемости среды.

Ключевые слова: самоканалирование, лазерное излучение, керровская среда, турбулентность; self-focusing, self-channeling, fluctuations, diffraction rays.

Самофокусировка и филаментация мощных фемтосекундных лазерных импульсов в атмосфере является мировым трендом в атмосферно-оптических исследованиях. Экспериментально было установлено, что в условиях атмосферной турбулентности эти эффекты приобретают новые черты: происходит приближение области филаментации к источнику излучения, образуется большее число филаментов по сравнению с регулярной средой, возникает режим самоканалирования квазипучков, формирующихся из неоднородностей амплитуды и фазы на волновом фронте пучка (см. [1] и ее библиографию). Целью настоящего исследования является построение модели самоканалирования в условиях флуктуаций диэлектрической проницаемости оптической среды.

В качестве исходной модели эволюции квазипучков, образовавшихся из неоднородностей интенсивности и фазы на волновом фронте лазерного пучка, распространяющегося в среде, используем модель дифракционно-лучевой трубки (ДЛТ), которая формируется из указанных неоднородностей. Для фемтосекундного лазерного импульса уравнение для ДЛТ с радиусом $R_\text{Т}$ записано в [2]. Далее используем приближение квазистационарности процесса самофокусировки, что выполнимо для длинных фемтосекундных импульсов, когда можно не учитывать дисперсию, а также когда можно пренебречь потерями энергии на ионизацию. В этом случае эффективный квадрат радиуса квазипучка

$$R_e^2(z) = \frac{1}{W_0}\int\limits_0^\infty \int\limits_{R_\text{Т}} d\vec{R} R^2 I dt,$$

где z — продольная координата; $\vec{R}$ - поперечная координата; t — время; I — интенсивность в импульсе; $W_0 = \int\limits_0^\infty I dt$ - плотность энергии в импульсе. В другой формулировке

$$\bar{R}_e^2(z) = \frac{1}{P_0}\int\limits_{\bar{R}_\text{Т}} d\vec{R} R^2 \bar{I},$$

где $P_0 = W_0/t_p$ - мощность; t_p — характерная длительность импульса; $\bar{R}_\text{Т}$ - характерный радиус трубки; $\bar{I} = \int\limits_0^\infty I dt / t_p$.

В квазистационарном приближении уравнение для $\bar{R}_\text{ef}^2(z)$ представляется следующим образом:

$$\frac{d\bar{R}_\text{ef}^2}{dz} = 2\theta_d^2 + 2\theta_\varphi^2 + \frac{1}{P_0}\int\limits_{\bar{R}} d\vec{R}\,\overline{\nabla_R \varepsilon I} . \quad (1)$$

Здесь θ_d и θ_φ - дифракционная и фазовая составляющие угловой расходимости.

Нас будет интересовать, как флуктуации диэлектрической проницаемости влияют на дистанцию самофокусировки, а также условия формирования режима самоканалирования квазипучка в турбулентной среде с керровской нелинейностью. Такой режим был впервые теоретически установлен в [3] и экспериментально подтвержден в [1]. Далее используем следующие приближения. Считаем, что нелинейная составляющая возмущения диэлектрической проницаемости среды связана только с керровской нелинейностью $\varepsilon_N = \varepsilon_K = \varepsilon_2 \cdot \bar{I}$, где ε_2 - коэффициент нелинейности. Таким образом, $\varepsilon = \varepsilon_2 \bar{I} + \varepsilon_f$, где ε_f - флуктуация диэлектрической проницаемости среды. Для исследования этих ситуаций достаточно использовать уравнение для $\bar{R}_{ef}^2$ в приближении светового пучка с интенсивностью, стремящейся к нулю при $R_{\text{T}} \to \infty$. Проводя усреднение (1) по реализациям ε_f , получим уравнение:

$$\frac{d^2\left\langle \bar{R}_e^2 \right\rangle}{dz^2} = 2\left\langle \theta_d^2 \right\rangle + 2\left\langle \theta_\varphi^2 \right\rangle - \frac{1}{P_0} \int\limits_{R_T \to \infty} d\vec{R}\varepsilon_2 \left\langle I^2 \right\rangle , \tag{2}$$

где $\left\langle \bar{I}^2 \right\rangle = \left\langle \bar{I} \right\rangle^2 + \left\langle \bar{I}_f^2 \right\rangle$, $\bar{I}_f$ - флуктуация интенсивности. Окончательно (2) представляется в виде

$$\frac{d^2\left\langle \bar{R}_{\text{ef}}^2 \right\rangle}{dz^2} = \frac{2}{L_d^2} + \frac{2}{L_f^2} - \frac{\varepsilon_2}{P_0} \int\limits_{R_{\text{T}} \to \infty} d\vec{R} \left\langle \bar{I} \right\rangle^2 (1 + \bar{\sigma}_I^2), \tag{3}$$

где $L_d = \left(\dfrac{R_0^2}{\theta_d^2 + \left\langle \theta_\varphi \right\rangle^2} \right)^{1/2}$ - длина дифракции; $L_f = \dfrac{R_0}{\left\langle \theta_\varphi^2 \right\rangle^{1/2}}$ - длина турбулентного уширения; $\theta_{\varphi f} = \theta_\varphi - \left\langle \theta_\varphi \right\rangle$; $\bar{\sigma}_I^2 = \left\langle \bar{I}_f^2 \right\rangle \Big/ \left\langle I \right\rangle^2$; $R_0 = \bar{R}_{\text{ef}}(z = 0)$.

Введем обозначение:

$$L_{N_{\text{ef}}}^{-2} = -\frac{R_0^{-2}\varepsilon_2}{P_0} \int d\vec{R} (\left\langle I \right\rangle^2 + \left\langle I \right\rangle^2 \sigma_I^2). \tag{4}$$

Данную величину будем называть фактором нелинейного взаимодействия. Из (1) с учетом (4) запишем

$$\left\langle \bar{R}_{\text{ef}}^2 \right\rangle = R_0^2 (1 + L_d^{-2} + L_f^{-2} - \left| L_{N_{\text{ef}}}^{-2} \right|) z^2, \tag{5}$$

откуда для дистанции самофокусировки, когда $\left\langle \bar{R}_e^2 \right\rangle = 0$ (условие коллапса), следует, что

$$z_f = \frac{L_d}{\sqrt{\left| L_{N_{\text{ef}}}^{-2} \right| \cdot L_d^2 - L_d^2 \cdot L_f^{-2}}}. \tag{6}$$

Здесь $\tilde{L}_{N_{\text{ef}}}^{-2} = \int\limits_0^1 d\xi (1 - \xi) L_{N_{\text{ef}}}^{-2} (z \cdot \xi)$ - усредненный по трассе фактор нелинейного взаимодействия в турбулентной среде. Из (6) следует, что при увеличении $\left| \tilde{L}_{N_{\text{ef}}}^{-2} \right|$ будет происходит эффект уменьшения дистанции самофокусировки, а при уменьшении данного фактора дистанция самофокусировки будет увеличиваться. Эффект самоканалирования будет реализовываться при $\left\langle \dfrac{d^2 \bar{R}_{\text{ef}}}{dz^2} \right\rangle = 0.$

Для регулярной среды условием самоканалирования является равенство начальной мощности P_0 критической мощности самофокусировки P_{cr}. Этот режим является неустойчивым, при $P > P_{\text{cr}}$ происходит схлопывание пучка в фокус, а при $P < P_{\text{cr}}$ – дифракционное расплывание. В [1] экспериментальным путем было обнаружено существование протяженных световых бесплазменных каналов при прохождении лазерным пучком зоны турбулентности. Этот факт стимулировал интерес к данной проблеме. Другим поводом к рассмотрению этого вопроса является исследование В.И. Татарским [4] эффекта сильных фазовых флуктуаций методом геометрической оптики. Световой луч в случайно-неоднородной среде хаотично изменяет свое направление, что приводит к эффекту ослабления фазовых флуктуаций волны в разнесенных двух точках. Рассмотрение этого эффекта применительно к исследуемой задаче представляет для нас определенный интерес, поскольку указывало на существование такого режима распространения, когда темп случайного уширения пучка света начинает уменьшаться по мере распространения по дистанции и становится близким к дифракционному типу, что служило бы стабилизацией размера квазипучка, возмущенного нелинейным сжатием за счет эффекта Керра.

Расчет турбулентного фактора, влияющего на угловую расходимость квазипучка, проводился в приближении наличия только фазовых флуктуаций по методике [4], позволяющей проводить вычисления как для случая слабых, так и для сильных флуктуаций фазы в рамках лучевой оптики. Особенностью нашего рассмотрения было то, что вместо лучей геометрической оптики были использованы дифракционные лучи. Исходным для анализа является представление структурной функции флуктуаций фазы волны, записанной на дифракционных лучах.

$$D_\varphi\left(\vec{R}_1,\vec{R}_2,z\right)=\pi k^2\int_0^z dz'\int d^2\kappa\Phi_n(\vec{\kappa})\times\left\langle 1-\exp\left[i\vec{\kappa}\left[\vec{R}_d(z',\vec{R}_1)-\vec{R}_d(z',\vec{R}_2)\right]\right]\right\rangle, \quad (7)$$

где $k = 2\pi/\lambda$.

Дифракционный луч является случайной величиной благодаря флуктуациям диэлектрической проницаемости среды. Уравнение для дифракционного луча $\vec{R}_d$ имеет вид:

$$\frac{d\vec{R}_d}{dz^2}=\frac{1}{2}\nabla_R\tilde{\varepsilon}_e(z,\vec{R}_d(z))\,. \quad (8)$$

В (7)-(8) Φ_ε - спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости воздуха; $\tilde{\varepsilon}_e=\varepsilon_2\overline{I}+\varepsilon_f+\varepsilon_d$ - возмущение эффективной диэлектрической проницаемости $\tilde{\varepsilon}_e=\dfrac{\varepsilon_e-\varepsilon_0}{\varepsilon_0}$; ε_0 - ее невозмущенное значение; $\varepsilon_d=\dfrac{\nabla^2 A}{k^2 A}$ - дифракционная составляющая эффективной проницаемости среды; A — амплитуда волны.

Флуктуационная компонента ширины квазипучка выражается из решения уравнения (8) следующим образом:

$$\left\langle R_{\rm ef}^2\right\rangle=2\int_0^z(z-z')\left\langle\Theta_\varphi^2\right\rangle dz'. \quad (9)$$

В цилиндрических координатах

$$\left\langle\Theta_\varphi^2\right\rangle=\frac{2\pi}{P_0}\int drr\left\langle\left(\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)^2\right\rangle k^{-2}\langle I\rangle\,. \quad (10)$$

В лучевом представлении фазовые флуктуации волны предшествуют амплитудным, поэтому в дальнейшем будем учитывать только фазовые флуктуации. В этом случае $L_d/L_{N\rm ef}=P_0/P_{\rm cr}$.

В работе для случая, когда фактор $P=P_0/P_{\rm cr}$ слабо отличается от 1, была получена формула, представленная равенством (11).

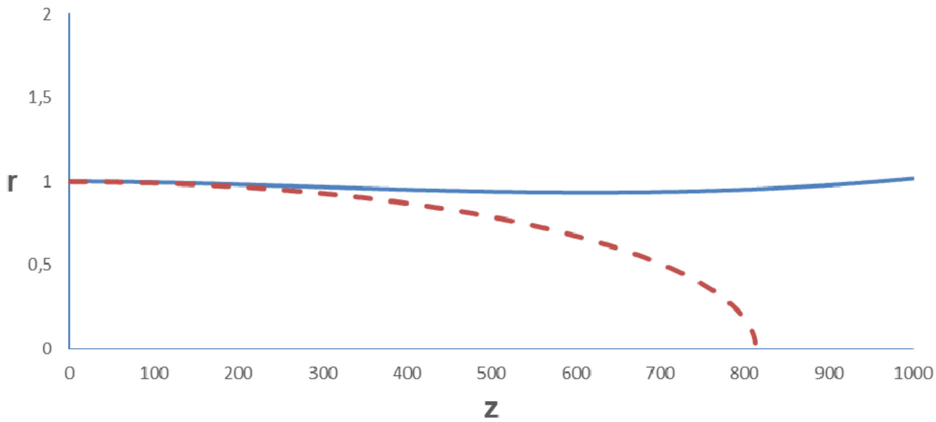
$$\frac{\left\langle R_f^2\right\rangle}{R_0^2}=10{,}986\cdot C_n^2\cdot l_0^{-1/3}\times$$

$$\times\left(0{,}5\left(\frac{z}{z^*}\right)^2 H\left(0{,}7-\frac{z}{z^*}\right)\cdot z+\left(0{,}624\cdot z\cdot\left(\frac{z}{z^*}\right)^{1{,}526}-0{,}122\cdot z\right)H\left(\frac{z}{z^*}-0{,}7\right)-0{,}4\cdot z^*\left(\left(1+\left(\frac{z}{z^*}\right)^3\right)^{5/6}-1\right)+\right. \quad (11)$$

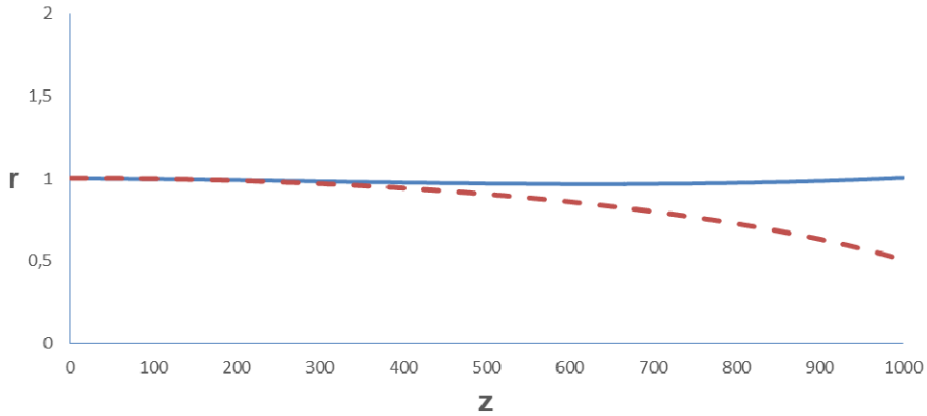
$$+\,0{,}234\cdot C_n^2\cdot l_0^{-1/3}\cdot z^3,$$

где $z^*=0{,}3\cdot C_n^{-2/3}\cdot l_0^{7/9}$; C_n^2 - структурная постоянная флуктуаций $\varepsilon_{\rm ef}$; l_0 — внутренний масштаб турбулентности; $H(z)$ — функция включения.

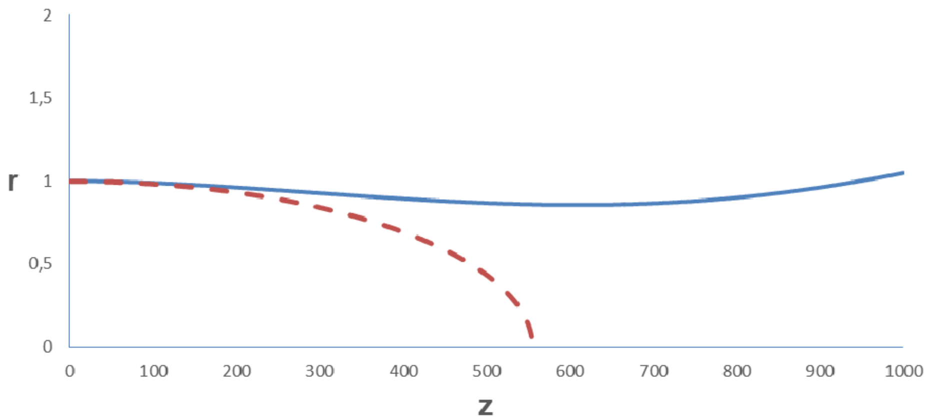
На рисунке представлены результаты расчетов эволюции относительного радиуса квазипучка от дистанции для нескольких вариантов параметров квазипучка и среды, когда реализуется устойчивое распространение на протяженную дистанцию. Расчет проведен на основе соотношений (5), (7)-(11). Вариант на рис. *в* приведен в качестве приближенной оценки эффекта для случая сильной турбулентности при относительно больших значениях P. Для этой ситуации (P = 3) формула (11) не работает, необходимо учитывать эффект усиления турбулентного фактора на распространение квазипучка при его нелинейном сжатии.



а



б



в

Зависимость относительного радиуса $\dfrac{\left\langle \bar{R}_{\text{ef}}^2 \right\rangle^{1/2}}{R_0} = r$ квазипучка от дистанции при различных начальных параметров пучка и среды: R_0 = 7 мм, P = 1,223, $C_n^2 = 10^{-14}$ м$^{-2/3}$ (сплошная кривая), $C_n^2 = 0$ (пунктир) (*а*); R_0 = 10мм, P = 1,46, $C_n^2 =$ $= 10^{-14}$ м$^{-2/3}$ (сплошная кривая), $C_n^2 = 0$ (пунктир) (*б*); R_0 = 10 мм, P = 3, C_n^2 = 5,68 · 10^{-14} м$^{-2/3}$ (сплошная кривая), $C_n^2 = 0$ (пунктир) (*в*). Дистанция z представлена в метрах

Финансирование. Работа выполнена в рамках госзадания ИОА СО РАН.

Список литературы

1. *Апексимов Д.В., Бабушкин П.А., Землянов А.А. и др.* Влияние турбулентности на формирование интенсивных световых каналов при распространении фемтосекундных лазерных импульсов на 100-метровой воздушной трассе // Оптика атмосферы и океана. 2023. Т. 36, № 10. С. 811-817.
2. *Землянов А.А., Гейнц Ю.Э., Минина О.В.* Оценки характеристик множественной филаментации фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе на основе модели одиночной филаментации // Оптика атмосферы и океана. 2019. Т. 32, № 8. С. 601-608.

3. *Петрищев В.А.* О применении метода моментов к некоторым задачам распространения частично-когерентных световых пучков // Известия вузов. Радиофизика. 1971. Т. XIV, № 9. С. 1416-1426.
4. *Татарский В.И.* Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1967. 548 с.

A.A. Zemlyanov, O.D. Zemlyanova. **Stability of self-channeling of laser pulses in a Kerr-nonlinear turbulent medium.**

The effect of self-channeling of laser pulses in a Kerr-nonlinear turbulent medium is theoretically investigated. It is shown that there are conditions for stable nonlinear propagation of laser radiation in a turbulent medium. The modes of weak and strong phase fluctuations of a light wave are considered. A model of a diffraction-ray tube under conditions of fluctuations in the permittivity of the medium is used to describe the laser beam.