

ОСОБЕННОСТИ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ НЕКОЛМОГОРОВСКИХ МОДЕЛЕЙ СПЕКТРА ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Лукин В.П.

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН, Томск, Россия

luikin@iao.ru

Решена задача получения аналитических выражений для расчетов флуктуаций параметров оптических волн при их распространении в турбулентной среде с неколмогоровским спектром турбулентности. Было показано, что при одной и той же форме спектров турбулентности различные неколмогоровские модели будут по-разному зависеть от внутреннего и внешнего масштабов турбулентности. В предположении, что интегральная энергия турбулентности не зависит от вида спектра турбулентности, получены соотношения для взаимного пересчета структурных параметров показателя преломления среды для различных типов турбулентности. Полученные в работе результаты позволяют пересчитывать параметры оптических волн при распространении в турбулентной среде с одним законом изменения спектра для сред с другим законом поведения спектра турбулентности. Получены ограничения на использование конечных значений внутреннего и внешнего масштабов турбулентности.

Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики (проект «Физика высоких плотностей энергии. Этап 2023-2025»).

Для того чтобы грамотно сопоставить результаты измерения уровня турбулентности, получаемые с помощью оптических измерителей, нужна корректная параметризация моделей спектров турбулентности. Так в работах [1-4] были предложены подходы к этому. Для модели энергетического спектра флуктуаций показателя преломления с произвольным степенным наклоном в области инерционного интервала, т.е., когда внутренний масштаб турбулентности стремится к нулю, а внешний масштаб стремится к бесконечности, можно записать [4] следующее выражение:

$$\phi_n(\kappa) = \frac{2(\alpha - 1) \sin(\alpha\pi/2)}{4\pi^2} C_n^2(\alpha) \kappa^{-\alpha}, \quad (1)$$

где α - параметр модели, $C_n^2(\alpha)$ - структурная постоянная показателя преломления среды, имеет размерность $\text{м}^{3-\alpha}$ и представляет собой среднюю разность флуктуаций показателя преломления на разnose в 1 метр.

Спектру (1) соответствует структурная функция показателя преломления, которую можно параметризовать, приведя к общему виду как

$$D_n(r) = C_n^2(\alpha) r^{\alpha-3}. \quad (2)$$

В выражении (1) использована изотропная модель спектра. Далее сопоставим эти выражения для двух наиболее характерных моделей: для колмогоровской, когда $\alpha=11/3$, и для когерентной, когда $\alpha=14/3$.

Это впервые было сделано в наших работах [1, 2], а также в работе Чарноцкого М.И. [4]: для колмогоровской модели из (1) и (3) для $\alpha=11/3$ имеем

$$\phi_n(\kappa) = \frac{z(8/3) \exp(11\pi/6)}{4\pi^2} C_n^2(11/3) \kappa^{-11/3}, \quad D_n(r) = C_n^2(11/3) r^{2/3}. \quad (3)$$

для когерентной турбулентности

$$\phi_n(\kappa) = \frac{z(11/3) \exp(7\pi/3)}{4\pi^2} C_n^2(14/3) \kappa^{-7/3}, \quad D_n(r) = C_n^2(14/3) r^{5/3}. \quad (4)$$

В нашей работе [1] была рассчитана связь между величинами $C_n^2(11/3)$ и $C_n^2(14/3)$. Причем следует отметить, что для этого уже необходимо использовать модель турбулентности, учитывающее конечность внешнего масштаба турбулентности.

Эти особенности спектра когерентной (неколмогоровской) турбулентности ставят по-новому задачу по разработке оптического метода (и соответствующей методики) дистанционного определения наличия в атмосфере когерентной турбулентности. Датчики волнового фронта должны обеспечивать работу в условиях возможного перехода от колмогоровской к неколмогоровской турбулентности атмосферы.

Используя модель (1), можно рассчитать структурную функцию поля (или фазы волны). Для этого можно воспользоваться выражениями, связывающими модель (1) и структурную функцию оптического поля, прошедшего слой турбулентной среды толщиной L :

$$D(R, \alpha) = 8\pi^2 k^2 \int_0^L dz \int_0^\infty d\kappa \kappa \phi_n(\kappa, \alpha) [1 - J_0(\kappa R \frac{z}{L})]. \quad (5)$$

Выражение (6) записано для исходной сферической волны. Для плоской волны, получаем соответственно

$$D(R, \alpha) = 8\pi^2 k^2 \int_0^L dz \int_0^\infty d\kappa \kappa \phi_n(\kappa, \alpha) [1 - J_0(\kappa R)]. \quad (6)$$

Для упрощения анализа далее предположим, что распространение происходит по атмосферной трассе с однородным состоянием по турбулентности. Далее для удобства расчетов интеграла в (5) и (6) воспользуемся моделью спектра турбулентности, учитывающего конечность внутреннего масштаба турбулентности, т.е

$$\phi_n(\kappa, \alpha) = \frac{z(\alpha - 1) \cos(\alpha\pi/2)}{4\pi^2} C_n^2(\alpha) \kappa^{-\alpha} \exp(-\kappa^2 / \kappa_m^2). \quad (7)$$

В результате вычислений в (6) получаем

$$D(R, \alpha) = 8\pi^2 k^2 L \int_0^\infty d\kappa \kappa \phi_n(\kappa, \alpha) [1 - J_0(\kappa R)] \approx 2^{3-\alpha} \frac{z(2 - \alpha/2) z(\alpha - 1) \cos(\alpha\pi/2)}{z(\alpha/2)(\alpha - 2)} k^2 C_n^2(\alpha) L R^{\alpha-2} \quad (8)$$

С ее помощью далее рассчитаем радиусы когерентности для различных моделей турбулентности. Для определения радиуса когерентности используем следующее соотношение, которое ранее использовал Д. Фрид, а именно приравняем его с выражением (8):

$$D(R, \alpha) \approx 2^{3-\alpha} \frac{z(2 - \alpha/2) z(\alpha - 1) \cos(\alpha\pi/2)}{z(\alpha/2)(\alpha - 2)} k^2 C_n^2(\alpha) L R^{\alpha-2} = 6.88(R/r_0)^{\alpha-2}. \quad (9)$$

Далее проведем вычисления радиуса когерентности для трех моделей турбулентности: $\alpha = 10/3, 11/3, 12/3$.

Для колмогоровской модели, когда $\alpha = 11/3$, имеем

$$r_0(11/3) = \left[\frac{z(1/6) z(5/3) \cos(11\pi/6)}{2^{2/3} \cdot 6.88 z(11/3)} k^2 C_n^2 L \right]^{-3/5} \approx [0.423 k^2 C_n^2 L]^{-3/5}. \quad (10)$$

Для модели $\alpha = 10/3$, имеем

$$r_0 = \left[\frac{2^{-1/3} z(7/3) z(1/3) \cos(5\pi/3)}{6.88 z(5/3)(4/3)} k^2 C_n^2(10/3) L \right]^{-3/4} \approx [0.25 k^2 C_n^2(10/3) L]^{-3/4}. \quad (11)$$

Для модели $\alpha = 12/3$, имеем

$$r_0 = \left[2^{-2} \frac{z(3)}{6.88 z(2)} k^2 C_n^2(12/3) L \right]^{-1/2} \approx [0.07 k^2 C_n^2(12/3) L]^{-1/2}. \quad (12)$$

Следует отметить, что для расчетов структурной функции фазы при $\alpha > 4$ необходим учет внешнего масштаба турбулентности. Поэтому далее будем проводить расчеты для модели спектра следующего вида:

$$\phi_n(\kappa, \alpha) = \frac{z(\alpha - 1) \cos(\alpha\pi/2)}{4\pi^2} C_n^2(\alpha) \kappa^{-\alpha} [1 - \exp(-\kappa^2 / \kappa_0^2)] \exp(-\kappa^2 / \kappa_m^2), \quad (13)$$

где κ_0, κ_m - волновые числа, соответствующие внешнему и внутреннему масштабам турбулентности.

В результате получаем для (6), при условии, что $\kappa_0 R < 1$ и для значений $\alpha > 4$, следующее выражение:

$$D(R, \alpha) \approx \frac{z(\alpha - 1) \cos(\alpha\pi/2)}{2(\alpha - 4)} k^2 C_n^2(\alpha) \kappa_0^{4-\alpha} L R^2. \quad (14)$$

Теперь, используя выражения (14), можно рассчитать радиусы когерентности для оптического поля при любой модели спектра [6-10]. В конечном итоге получаем выражения для расчета радиусов когерентности при различных моделях спектров, выраженных через структурный параметр показателя преломления $C_n^2(11/3)$, соответствующий колмогоровской модели:

$$r_0(10/3) \approx [1.33C_n^2(10/3)k^2L]^{-3/4} = (0.66k^2L C_n^2(11/3))^{-3/4} \kappa_0^{-1/4}, \quad (15)$$

$$r_0(11/3) \approx [2.91C_n^2(11/3)k^2L]^{-3/5}, \quad (16)$$

$$r_0(14/3) \approx [0.75C_n^2(11/3)k^2L]^{-1/2} \kappa_0^{-1/3}. \quad (17)$$

Согласно формул (15), (17) радиусы когерентности для неколмогоровских моделей спектра турбулентности зависят от величины внешнего масштаба турбулентности.

В результате выполненных расчетов оказалось, что при одной и той же форме спектров турбулентности (вида (1)) различные неколмогоровские модели будут по разному зависеть от внутреннего и внешнего масштабов турбулентности. На основе расчетов получены формулы для радиусов когерентности поля оптической волны (по определению [5]) при ее распространении в турбулентной среде с неколмогоровскими моделями спектра.

1. Лукин В.П., Носов В.В., Носов Е.В., Торгаев А.В. О влиянии масштабов атмосферной турбулентности // Успехи современного естествознания. 2015. №1. Часть 7. 1179-1183.
2. Lukin V.P., Bol'basova L.A., Nosov V.V. Comparison of Kolmogorov's and coherent turbulence. Appl. Opt. 2014. **53**. B231-B236.
3. Lukin V.P., Nosov E.V., Nosov V.V., Torgaev A.V. Causes of non-Kolmogorov turbulence in the atmosphere // Appl. Opt. 2016. **55**. B163-B168.
4. Charnotskii M.I. Wave propagation in random media with spectral exponent outside the (3, 4) range // Workshop on Non-Kolmogorov Turbulence. Fraunhofer IOSB, Ettlingen, 2019
5. Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере / М.: Наука. 1976. 277 с.
6. Zilberman A., Golbraikh E., and Kopeika N.S. Lidar studies of aerosol and non Kolmogorov turbulence in the mediterranean troposphere // Proc. SPIE. 2005. 5987.
7. Toselli I., Andrews L.C., and Phillips R.L. Free space optical system performance for laser beam propagation through non Kolmogorov turbulence // Proc. SPIE. 2007. 6457.
8. Cui L., Xue B., Zhou F. Generalized anisotropic turbulence spectra and application in the optical waves propagation through anisotropic turbulence // Opt. Express. 2015. 23. 30088-30103.
9. Korotkova O., Toselli I. Non-Classic Atmospheric Optical Turbulence: Review // Appl. Sci. 2021. **11**. 8487.
10. Коняев П.А., Лукин В.П., Носов Е.В., Носов В.В., Соин Е.Л., Торгаев А.В. Сравнительные измерения параметров атмосферной турбулентности оптическими методами // Оптика атмосферы и океана. 2021. 34. №11. 906-915.