ПРОСТРАНСТВЕННАЯ КОГЕРЕНТНОСТЬ СФЕРИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ БЕЗ ОГРАНИЧЕНИЙ ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ

Банах В.А.[1], Фалиц А.В.[1], Залозная Е.Д.[1], Залозная И.В.[1]

[1]Институт оптики атмосферы СО РАН, 634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1, Россия

banakh@iao.ru, falits@iao.ru, iya@iao.ru

Ключевые слова: сферическая волна, когерентность, турбулентная атмосфера

Представлена формула для функции пространственной когерентности сферической волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере, не имеющая ограничений параболической аппроксимации, и расчёты, иллюстрирующие отличия от результатов, получаемых для функции когерентности на основе параболического уравнения.

Одним из блестящих достижений советской науки в области распространения волн в случайных средах является разработка теории распространения коротких волн в турбулентной атмосфере, основывающейся на использовании параболического уравнения для комплексной амплитуды поля волны и математического аппарата марковских случайных процессов [1-3]. Последнее предполагает выполнение принципа динамической причинности и возможность аппроксимации корреляционных функций диэлектрической проницаемости среды в выделенном направлении (направлении распространения волны) дельта функцией от координаты, задающей это направление. Разработанная теория не имеет столь жёстких ограничений на флуктуации интенсивности распространяющейся волны как в теориях, основанных на методах возмущений, и позволяет решать задачи распространения волн в условиях сильных флуктуаций. Однако ограничения, связанные с параболической аппроксимацией функции Грина волнового уравнения, не позволяют в рамках этого подхода получить строгие соотношения для статистических моментов поля неограниченных волн. В частности, строго доказать выполнение закона сохранения энергии при обратном рассеянии сферической волны на точечном отражателе или ансамбле точечных отражателей в турбулентной атмосфере [4,5].

Для преодоления ограничений параболической аппроксимации в замечательной статье [6] предложено искать решение волнового стохастического уравнения Гельмгольца для поля точечного источника в виде интеграла по траекториям с использованием представления возможных траекторий в виде разложения по ортогональным функциям [7]. По сути, в [6] представление волнового поля в случайной среде в виде континуального интеграла по траекториям с использованием разложения траекторий по ортогональным функциям, полученное В.И. Татарским и В.У. Заворотным для параболического уравнения [8,9], обобщается для сферической волны на случай волнового уравнения Гельмгольца. Впервые решение волнового уравнения в случайной среде в виде континуального интеграла (интеграла по траекториям), причём для произвольного распределения начального поля, получено В.И. Кляцкиным в [2]. Однако дальнейшего применения этого решения в задачах распространения волн в случайных средах не произошло. В [6] впервые получены выражения для первых статистических моментов поля сферической волны в виде интегралов по траекториям на основе решения полного стохастического волнового уравнения. В докладе на основе результатов [6] представлены формулы для функции пространственной когерентности сферической волны в турбулентной атмосфере и расчёты, иллюстрирующие отличия от результатов, получаемых на основе параболического уравнения.

Основываясь на результатах [6], можно показать, что для колмогоровской модели пространственного спектра неоднородностей показателя преломления [10]

$$\Phi_n(\ ) = 0,033 C_n^2 \ ^{-11/3},$$

где C_n^2 – структурная постоянная турбулентных флуктуаций показателя преломления воздуха в атмосфере, $\ = |\ |$, функция пространственной когерентности сферической волны определяется выражением

$$(\ , L) = \exp\left[0,224 C_n^2 k^2 L^{8/3} R(\ ) \right] \cdot (1+\ ). \qquad (1)$$

В (1) – угловой разнос точек наблюдения, L – длина трассы, $k = 2\ /\ $, – длина волны, $R(\ ) = 1 - \frac{20}{9}\int_0^1 dt_1 \int_0^1 dt_2 (t(\ ))^{1/3}$, $t(\ ) = t_1^2 - 2t_1t_2\cos\ + t_2^2$,

$$= 0,24\,\Gamma(5/3)\ \cos\frac{}{6} C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}\sqrt{kL}\int_0^1 dt_1\int_0^1 dt_2 \left[\ ^{1/3}\exp\left\{-i\frac{t(\ )kL}{2}\right\}\right. \qquad (2)$$

$$\left. {}_1F_1\left(11/6,\ 3/2; i\frac{t(\ )kL}{2}\right) - \ ^{1/3}\exp\left\{-i\frac{tkL}{2}\right\} {}_1F_1\left(11/6,\ 3/2; i\frac{tkL}{2}\right)\right],$$

$= (t_1 - t_2)(1 - (t_1 + t_2))$, $= (t_1 - t_2)(1 - (t_1 - t_2))$, $t = (t_1 - t_2)^2$, ${}_1F_1(11/6,\ 3/2; z)$ – вырожденная гипергеометрическая функция.

В параболическом приближении формула для функции пространственной когерентности имеет вид [11]:

$$(\rho) = \exp\left| -0,55C_{л}^{2}k^{2}L\rho^{5/3}\right|,$$

или в угловых координатах точек наблюдения

$$(\ ,L) = \exp\left| -0,55C_{л}^{2}k^{2}L^{8/3}(2\mathrm{tg}(\ /2))^{5/3}\right|. \tag{3}$$

Сравнивая экспоненциальный сомножитель в (1) и (3), находим, что показатели экспонент в этих формулах различаются, и это различие характеризуется отношением

$$N(\ ) = -(2\mathrm{tg}(\ /2))^{5/3}/(0,4R(\ )). \tag{4}$$

Формула (4) определяет, как растёт погрешность оценки радиуса пространственной когерентности в параболическом приближении из-за сферичности волнового фронта волны при увеличении углового разноса точек наблюдения. Рисунок 1 иллюстрирует этот рост.

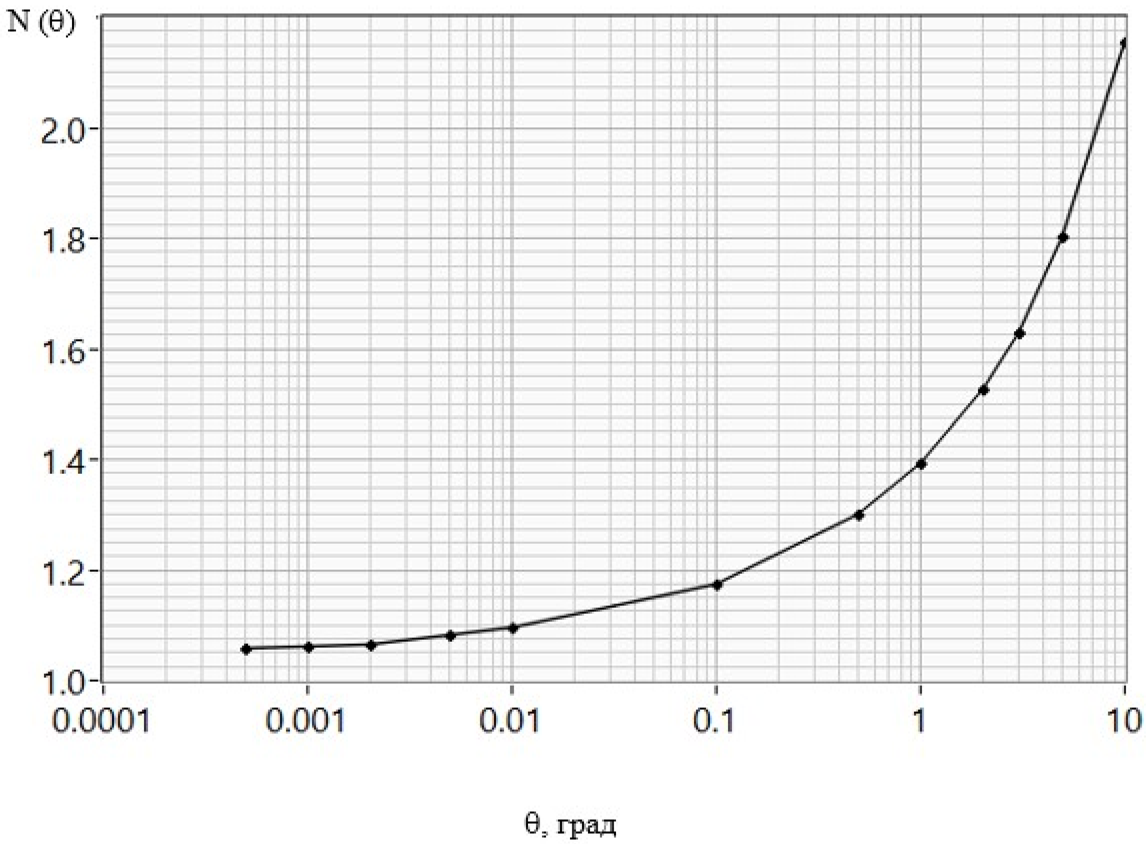

Рисунок 1 – Отношение показателей степени в экспоненциальном сомножителе в (1) и в (3) как функция углового разноса точек наблюдения

Из рисунка видно, что погрешность параболического приближения и приближения марковского случайного процесса пренебрежимо мала и не превышает десять процентов вплоть до углов = 0,01 градуса.

Слагаемое во втором сомножителе (1) определят вклад обратного рассеяния на турбулентных неоднородностях показателя преломления в пространственную когерентность сферической волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере, который также не учитывается при использовании параболического приближения. Из анализа (2) следует, что подынтегральная функция представляет собой разность близких и малых по величине слагаемых, что затрудняет выполнение численного интегрирования в (2) с требуемой точностью. Наличие в переменных гипергеометрических функций большого параметра kL позволяет разложить их в асимптотический ряд [11] и получить оценку ~const $C_n^2 L^{2/3}$. То есть вклад обратного рассеяния в функцию когерентности не зависит от длины волны и очень мал.

Работа выполнена по проекту РНФ 24-17-00179.

1. *Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И.* Введение в статистическую радиофизику. Ч.2. Случайные поля. М.: Наука, 1978, 463 с.
2. *Кляцкин В.И.* Статистическое описание динамических систем с флуктуирующими параметрами. Современные проблемы физики. М.: Наука, 1975, 239 с.
3. *Гочелашвили К.С., Шишов В.И.* Волны в случайно-неоднородных средах // Итоги науки и техники. Радиофизика. Физические основы электроники. Акустика. Т.1. М.: ВИНИТИ. 1981. 144 с.
4. *Банах В.А., Фалиц А.В., Залозная И.В.* Перераспределение энергии оптического излучения на трассах с отражением в турбулентной атмосфере // Оптика атмосферы и океана. 2023. Т. 36. № 09. С. 780-783. DOI: 10.15372/AOO20230910
5. *Banakh V.A., Falits A.V., Zaloznaya I.V.* Backscatter amplification in a turbulent atmosphere and the law of conservation of energy // Optics Letters. 2023. V.48. No.15. P.4053–4056. DOI:10.1364/OL.494669.
6. *Samelsohn G., Mazar R.* Path-integral analysis of scalar wave propagation in multiple-scattering random media // The American Physical Society. Physical Review E. 1996. Vol.54. No.5. P.5697-5706.
7. *Feynman R.P., Hibbs A.R.* Quantum Mechanics and Path Integrals. McGraw-Hill, New York, 1965.
8. *Tatarskii V.I., Zavorotnyi V.V.* On The Connection Between The Extended Huygens-Fresnel Principle And The Path-Integral Approximate Computation Based On Orthogonal Expansions // Proc. SPIE 0642, Modeling and Simulation of Optoelectronic Systems (25 November 1986). DOI: 10.1117/12.975509
9. *Charnotskii M.I. et al*., in Progress in Optics, edited by E. Wolf (Elsevier, Amsterdam, 1993). Vol. XXXII.
10. *Татарский В.И.* Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967, 548 с.
11. *Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В.* Оптика турбулентной атмосферы. Ленинград: Гидрометеоиздат, 1988, 270 с.